

质量涟漪效应下的多周期风险厌恶库存模型

陈 杰¹, 邢灵博^{1*}, 李胃胜¹, 陈志祥², 陈崇萍³

(1. 海南热带海洋学院 理学院, 海南 三亚 572022; 2. 中山大学 管理学院, 广东 广州 510275;

3. 华南师范大学 政治与公共管理学院, 广东 广州 510006)

摘要: 本文在质量水平诱发涟漪效应的环境下, 考虑带有条件风险价值(CVaR)准则的多周期库存系统的最优控制策略问题, 在假设库存系统的供需两侧、价格、残值和风险偏好等因素都为质量水平依赖的条件下, 以马尔可夫过程和 CVaR 准则作为决策方法的导向, 构建了质量涟漪效应下的多周期风险厌恶库存模型, 并给出了库存系统的最优决策机制。为了分析库存系统所荷载的风险性, 本文基于上(下)穿期望幅度、上(下)穿占优、内(外)收益水平、上下穿均衡、收益水平的耦合度等概念, 建立了库存系统的上下穿耦合风险评估体系。在一定风险厌恶下, 模型的数值结果表明: 质量的涟漪效应对库存系统的决策机制具有重要的影响, 而随机质量过程的统计结构对最优期望利润曲线的运动趋势发挥着支点性的作用。

关键词: 质量的涟漪效应; CVaR 准则; 多周期库存; 马尔可夫链; 最优订购策略

中图分类号: O211.62; F253.4

文献标识码: A

文章编号: 1004-6062(2023)06-0134-011

DOI: 10.13587/j.cnki.jieem.2023.06.012

0 引言

由 2021 年 2 月 3 日中国消费者协会公布的数据获悉, 2020 年全国消协组织共受理消费者投诉约 98.2 万件, 其中质量与安全问题占 23.7%, 而因质量缺陷问题召回产品的数量, 占全年召回总数量的 90%^[1]。由此可见, 产品质量的不完备性(质量存在缺陷)是供应链管理中的亟待解决的核心问题。因此, 基于质量的不完备性研究库存系统控制策略的内在机理, 并揭示系统潜在风险性的统计结构, 具有重要的实际和理论意义。

据央视新闻报道, 国内各主要汽车产品生产者因制动系统、燃油系统、加速踏板等部件存在质量缺陷问题, 于 2017 年内共实施缺陷汽车产品召回 251 次, 涉及车辆共计 2004.8 万辆, 进而使得汽车行业的供应能力受到严重的影响^[2]。同时, 由于各种主客观随机因素的存在使得商品的质量水平演变成一随机过程, 对顾客的商品体验产生一定的作用力, 进而影响到产品的需求。尤其在电子商务环境下, 随着商品质量信息日趋透明化, 进一步强化了顾客需求与质量水平之间的关联性。比如, 据中国汽车工业协会发布的最新统计数据, 特斯拉因受刹车失灵事件的影响, 2021 年 4 月份的销售量比上月暴跌 67.10%, 其中 Model 3 环降 75.27%, Model Y 环降 46.73%^[3]。由此表明, 产品质量的不完备性对顾客的需求同样具有重要的影响。在供应链的实际运作过程中, 由质量的不完备性所诱发出来的涟漪效应, 除了对库存系统中的供需两侧产生影响外, 其对价格、残值、风险偏好等因素也具有重要的波及作用。为此, 本文在质量的涟漪效应下, 研究带有风险厌恶型的库存系统优化与控制问题, 并给出相应的最优订购策略。

关于不完备质量下的库存系统决策机制的构建问题, 以下学者做了深入的拓展性研究。Jaggi^[4]考虑了一类特殊情形下的决策优化问题, 即考虑将易变质产品的缺陷率依赖时间因素作为核心的决策理念, 提出了不完备质量下的两货栈库存模型。Wang 等^[5]综合考虑质量筛查和部分延期供货等因素, 运用更新报酬理论研究了带有缺陷率的库存系统的最优订购问题。Lin 和 Hou^[6]将销售商收到货物中的次品分为两类: 可修复品和报废品, 并针对这两类次品对订购策略的影响, 在经典 EOQ 模型的基础上导出了采取重叠和提前收货策略, 以提升库存的决策水平。在不完备质量的情形下, Makoena 和 Olufemi^[7]以集成式的决策理念研究了四级供应链中的库存控制模型, 并解决了库存系统订购批次和订货量的问题。在缺陷产品可回收、可修复、报废和拒收等四种背景下, Asadkhani 等^[8]提出了带有学习效应的不完备质量 EOQ 模型, 相关的结论表明学习效应有助于决策行为的合理性和科学性。上述的研究成果主要在产品的缺陷率为确定或随机的情况下, 并基于筛查/非筛查的研究视角给出库存系统的决策模型, 解决了不完备质量下库存系统的最优决策问题。

多周期库存系统优化与控制的理论和方法, 相对单周期的而言理论上更具有一般性, 其在供应链理论体系的发展沿革过程中具有完备化的意义, 现已成为学术界普遍关注的研究领域。Mirzapour 等^[9]在绿色供应链的理念下, 将碳排放水平和运输成本视为决策机制中的核心要素, 提出了带有转载托运策略的多周期库存模型, 并运用混合整数规划法给出了模型的最优解。Vicente^[10]假设顾客的需求服从正态分布, 考虑了多产品多周期中心库存和区域库存间的协同优化

收稿日期: 2021-07-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(72061011、71772191); 海南省自然科学基金高层次人才资助项目(720RC662)

*** 通讯作者:** 邢灵博(1982—), 女, 河南内乡人; 海南热带海洋学院副教授; 研究方向: 供应链风险决策、模型优化与决策。

决策问题,并通过数学模型在横向转载托运的情形下导出了最优订购策略。Ben-Ammar 等^[11]在假设提前期为离散型的独立随机变量的条件下,研究了多周期库存控制策略问题,其研究成果表明优化进货期比实施安全库存策略更有效。Imran 等^[12]综合考虑利益相关者之间的协调、信任、行为、长期关系等因素,并在不确定成本下解决了易逝品供应链中的多目标和多周期库存路径问题。Liu 等^[13]在需求不确定以及单种原材料按固定比例加工成两种产品的情况下,构建了多周期生产-库存的决策模型,并通过算例验证了供需的均衡性和价格的波动性对最优决策机制的影响。张剑和张菊亮^[14]在竞争背景下研究了多周期替代品库存博弈问题,并分析了库存跨期依存关系对均衡的影响以及给出了博弈双方 order-up-to 型的均衡订货策略。上述的研究成果主要在经典的库存模型的基础上,将绿色、随机提前期、路径优化、需求不确定性、行为科学、竞争等理念融入了决策机制的理论框架,深入揭示了多周期库存系统的运作机理,以及进一步拓展了相关理论模型在实际问题中的应用。

供应链供需两侧的不确定性是库存系统的重要风险源,决策者所持有的风险偏好性对库存系统的决策机制具有重要的影响。因此,以各种风险测度理论作为决策导向,对随机库存模型进行拓展性研究已成为重要的研究课题之一。国内外学者针对库存系统风险决策问题的研究,主要体现在如下几个方面:

(1) 基于 VaR 准则。Luciano 等^[15]以 VaR 准则拓展了多周期库存模型,并运用数值模拟的方法给出了随机变量的结尾分布情况。Özler 等^[16]运用 VaR 准则研究了风险厌恶下多产品报童问题,证明了模型的解的存在性,并通过数学规划法给出了模型的最优解。姚忠^[17]考虑了零售商在具有风险的环境下最优订购决策问题,提出了带有 VaR 约束的协调库存优化模型,并运用解析法对满足零售商下游风险约束下的零售商订购决策进行了优化分析。虽然 VaR 准则在理论设计上存在一定的局限性,比如:不具有次可加性及凸性等,但是在信息解读上具有通俗、简约等特征,决策者通过具体的数指标即可获知系统所面临的基本风险信息。因此, VaR 准则具有较强的实用性,已成为国际通用的风险测度理论,同时也是库存系统风险管理的重要研究方法之一。

(2) 基于 CVaR 准则。为了克服 VaR 准则的局限性, Rockafellar 和 Uryasev^[18]于 2000 年提出了 CVaR 准则,今已广泛应用到供应链的风险决策领域。在需求具有自相关性的情况下,由于风险价值和条件风险价值(CVaR)在时间上不具有一致性。为此,Shi 等^[19]提出了具有时间一致性的动态 CVaR 测度准则,进而研究了需求自相关下的报童问题。Fan 等^[20]在购买方和供应方都是风险厌恶者的情形下,提出了带有期权契约的报童模型。代建生等^[21]基于 CVaR 准则考虑了带有促销效应和风险规避的供应链契约协调问题,并探讨了促销效应和风险规避对契约机制的影响。肖群和马士华^[22]将信息预测成本纳入模型的理论框架,建立了带有 CVaR 准则的联合决策模型,并研究了风险偏好性与最优决策之间的关联性。陈建新等^[23]在随机市场需求的条件下,应用 CVaR 准则解决了带有资金约束的最优订货量问题。邱若臻等^[24]考虑上游供应商供货能力和下游市场需求不确

定性,并采用条件风险值(CVaR)对库存绩效进行度量,进而构建了带有风险厌恶的零售商库存决策模型。

(3) 其它准则。在研究库存风险决策过程中,以下学者主要利用效用函数、服务水平、均值-方差等理论来刻画风险决策的机理。①效用函数。Choi 和 Ruszczyński^[25]采用指数型效用函数来刻画了决策者的风险厌恶程度,并构建了多产品库存决策模型。金伟和骆建文^[26]在资金约束的条件下,构建了包含供应商、零售商以及银行在内的供应链融资模型,并给出了最优信用契约机制、最优库存控制策略和最优利率决策。②服务水平。Federguen 和 Yang^[27]在多个供应渠道且供应随机的条件下,提出了带有服务水平约束的库存决策模型,同时给出供应商的选择以及订购数量的最优策略。Xanthopoulos 等^[28]研究了多级供应链的决策问题,在服务水平与库存满足率约束下,提出了库存系统的决策模型,并导出最优订货策略。③均值-方差。Kouvelis 等^[29]利用“均值-方差”准则考虑了商品库存管理与财务套期保值的联合决策问题,并刻画了存货与金融套期之间相互作用的动态机理。王新辉和汪贤裕^[30]在双边成本信息不对称情形下,研究了由一个风险中性的供应商和一个风险规避的销售商组成的二级供应链,并且基于均值-方差方法建立了非对称信息下的供应链决策模型。

较于其他风险测度理论而言,CVaR 准则具有次可加性、凸性、一致性、正齐次性、平移不变性等诸多优点,同时还可以刻画超过 VaR 值的尾部风险信息。因此,带有 CVaR 准则的库存系统的控制策略和方法,进一步完善和拓展了库存系统的风险决策机制。然而,通过对相关文献的回顾和评述可知,在风险厌恶、不完备质量、多周期等情形下,尚未有人将“质量涟漪效应”的决策理念纳入带有 CVaR 准则的库存决策模型的理论框架之中,以展开相应的课题研究。同时,关于库存系统的风险决策问题,虽已有部分学者以随机过程为理论导向,研究了库存系统在运作过程中的可靠性,但是在以决策者的风险偏好性作为主题的研究工作中,也尚未有人基于随机过程的研究视角提出多指标基的风险评估机制。为此,本文首先在经典的风险厌恶库存模型的理论基础上,将“涟漪效应”的决策理念纳入模型的理论框架,并在多周期的决策环境下提出带有 CVaR 准则的决策模型,以解决库存系统的优化决策问题。其次,运用随机过程理论中的基本理论定义了上(下)穿期望幅度、上(下)穿占优、内(外)收益水平、上下穿均衡、收益水平的耦合度等新概念,进而提出库存系统的上下穿-耦合风险评估体系。最后,运用上下穿-耦合风险评估体系刻画库存系统在运行过程中所面临的潜在风险性,并解决库存系统在受到多重“噪声”的干扰下其风险性的评估问题,以完善多周期风险厌恶库存系统的控制策略理论与方法。

1 模型的构建

1.1 模型描述、符号说明和模型假设

由于产品质量水平受随机因素的影响,进而演变成一随机过程,影响着质量水平的波动性。因此,可利用该随机过程的统计规律性来刻画质量水平的运动机理。这里假定产品质量水平的随机波动过程满足马氏性,也就是未来的产品

质量水平只跟当前质量水平所处的状态相关。因为产品的质量水平对供需两侧、价格、残值、风险偏好等因素具有重要的影响,所以可假定随机库存系统的供需、价格、残值和风险偏好都为质量水平依赖的。接下来主要在模型假设的基础上,联合马氏过程及 CVaR 准则,给出库存系统的决策模型及其订购策略和期望利润。

首先给出模型的符号说明:给定随机库存系统的周期 $k = 1, 2, \dots, K$; 产品质量的状态集 $S = \{1, 2, \dots, S\}$, 即根据产品质量缺陷率的大小, 将其划分为 S 个状态以刻画产品质量水平的高低, 其中状态 i 的取值越大, 表示产品质量水平越低; 当质量水平由状态 i 转移到 j 时, 产品在第 k 周期的进货价格、销售价格、单位残值和风险厌恶因子分别为 $R_k(j|i)$, $C_k(j|i)$, $V_k(j|i)$ 和 $\eta_k(j|i)$; $\{Z_k = i, i \in S\}$ 为产品的马氏质量过程, 其 k 步转移概率矩阵为 $P_k = (p_{ij}(k))_{S \times S}$ 。

Sethi、Cheng 和 Beyer 等学者的研究工作拓展了马氏理论在库存决策领域中的应用, 其研究成果的突出贡献之一就是将其库存系统中的随机变量视为状态依赖的^[31-33]。借此思想, 这里假定当产品在第 k 周期由状态 i 转移到 j 时, 供应能力及顾客需求分别为 $W_k(j|i)$ 和 $X_k(j|i)$, 其概率密度分别为 $\phi_{W_k(j|i)}(w)$ 及 $f_{X_k(j|i)}(x)$, 而相应的分布函数分别为 $\Phi_{W_k(j|i)}(w)$ 及 $F_{X_k(j|i)}(x)$, 并假设 $\Phi_{W_k(j|i)}(0) = F_{X_k(j|i)}(0) = 0$ 。

1.2 质量涟漪效应下的库存决策模型

因为质量水平所处的状态对随机库存系统的供应能力、顾客需求、进货价、销售价、残值和风险厌恶因子等要素产生扰动性的作用, 所以质量的不完备性对订购策略和销售利润具有重要的影响。假设初始周期 $t = 0$, 因此当质量水平由初始状态 i 出发历经 k 个周期后到达 j_k 时, 相应的销售利润为

$$\begin{aligned} \Pi_k(Q_k(j_k|i)) &= (R_k(j_k|i) - C_k(j_k|i)) \min\{Q_k(j_k|i), \\ &W_k(j_k|i)\} - (R_k(j_k|i) - V_k(j_k|i)) (\min\{Q_k(j_k|i), \\ &W_k(j_k|i)\} - X_k(j_k|i))^+ \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $Q_k(j_k|i)$ 为当产品质量水平由初始状态 i 出发历经 k 个周期后到达 j_k 时的订购量。

为了给出质量涟漪效应下的库存决策模型, 下边先介绍条件在险值的具体定义^[34]:

$$\text{CVaR}_\eta(\Pi(Q)) = \max_{\varphi \in \mathbb{R}} \left\{ H(Q, \varphi) \triangleq \varphi - \frac{1}{\eta} E[\varphi - \Pi(Q)]^+ \right\} \quad (2)$$

其中 $\eta \in (0, 1]$, $\mathbb{R}$ 为实数集。

决策者在运作与管理过程中所产生的风险偏好性, 主要源自于库存系统的不确定性因素。因此, 在多重随机的决策环境下(如质量水平、供应能力、顾客需求、价格、残值等不确定性因素), 决策者所持有的风险厌恶程度有所不同, 故当质量水平由初始状态 i 出发历经 k 个周期后到达 j_k 时, 可设 $\eta_k(j_k|i)$ 为决策者对产品于第 k 周期所持有的风险厌恶因子。于是, 在质量涟漪效应下, 结合(1)和(2)式可得库存系统于第 k 周期的决策模型

$$\begin{aligned} &\max_{Q_k(j_k|i)} \{ \text{CVaR}_{\eta_k(j_k|i)}(\Pi_k(Q_k(j_k|i))) \} \\ &= \max_{Q_k(j_k|i)} \{ \max_{\varphi \in \mathbb{R}} \{ H(Q_k(j_k|i), \varphi) \} \} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{其中 } H(Q_k(j_k|i), \varphi) \triangleq \varphi - E \left[\frac{1}{\eta_k(j_k|i)} (\varphi - \Pi_k(Q_k(j_k|i))) \right]^+;$$

风险厌恶因子 $\eta_k(j_k|i) \in (0, 1]$ 反映了决策者在质量水平处于状态 j_k 下所持有的风险态度, 即当 $\eta_k(j_k|i)$ 的取值越小时, 厌恶的程度就越高。模型(3)充分体现了“质量的涟漪效应”对库存系统决策机制的影响, 从中也反映了库存作为实物资产的本质特征, 即相关的价格、残值、供需和风险偏好性等要素依赖于商品实物本身的价值(商品质量), 整个过程可以描述为产品质量-供需-库存系统风险性。

1.3 最优期望订购量和总期望利润准则

令状态向量 $j_k \triangleq (1, 2, \dots, S)$,

$Q_k(i) \triangleq (Q_k(j_1|i), Q_k(j_2|i), \dots, Q_k(j_S|i))^T$, 其中 $Q_k(j_k|i) \triangleq (Q_k(j_1|i), Q_k(j_2|i), \dots, Q_k(j_S|i))^T$, $Q_k(j_k|i)$ 表示当产品的质量水平由初始状态 i 历经 k 个周期后到达 j_k 时的订购量($k = 1, 2, \dots, K$)。由此, 可见 $Q_k(i)$ 为各周期当质量水平处于不同状态下的订购量。以下主要研究在质量涟漪效应下, 给出带有风险厌恶的最优订购量及总期望报酬准则。

命题1 设产品的质量过程 $\{Z_k = i, i \in S\}$ 满足马氏性, 其 k 步转移概率矩阵为 $P_k = (p_{ij}(k))_{S \times S}$, $i, j \in S$, 即质量水平由初始状态 i 出发历经 k 个周期后到达 j_k 时的概率为 $P(Z_k = j_k | Z_0 = i) = p_{ij_k}(k)$, 则库存系统于第 k 周期的期望利润为

$$\begin{aligned} E[\Pi_k(Q_k(j_k|i))] &= \sum_{j_k \in S} p_{ij_k}(k) \left[(R(j_k|i) - C(j_k|i)) \right. \\ &\times \int_0^{Q_k(j_k|i)} w d\Phi_{W(j_k|i)}(w) + (R(j_k|i) - C(j_k|i)) \\ &\times (1 - \Phi_{W(j_k|i)}(Q_k(j_k|i))) Q_k(j_k|i) - (R(j_k|i) \\ &- V(j_k|i)) \int_0^{Q_k(j_k|i)} \int_0^w (w - x) dF_{X(j_k|i)}(x) d\Phi_{W(j_k|i)}(w) \\ &- (R(j_k|i) - V(j_k|i)) (1 - \Phi_{W(j_k|i)}(Q_k(j_k|i))) \\ &\times \left. \int_0^{Q_k(j_k|i)} (Q_k(j_k|i) - x) dF_{X(j_k|i)}(x) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

命题1的证明过程略。

在产品质量的涟漪效应下, 联合(3)和(4)式可得, 库存系统于第 k 周期的最优期望订购量。具体如下:

命题2 设产品的质量过程 $\{Z_k = i, i \in S\}$ 满足马氏性, 其 k 步转移概率矩阵为 $P_k = (p_{ij}(k))_{S \times S}$, $i, j \in S$, 则库存系统于第 k 周期的最优期望订购量为

$$\bar{Q}_k^*(i) = \sum_{j_k \in S} p_{ij_k}(k) Q_k^*(j_k|i) \quad (5)$$

其中 $\forall j_k \in S$,

$$\begin{aligned} Q_k^*(j_k|i) &= F_{X_k(j_k|i)}^{-1} \\ &\left[\frac{(R_k(j_k|i) - C_k(j_k|i))(\eta_k(j_k|i) - \Phi_{W_k(j_k|i)}(Q_k^*(j_k|i)))}{(P_k(j_k|i) - V_k(j_k|i))(1 - \Phi_{W_k(j_k|i)}(Q_k^*(j_k|i)))} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

命题2的证明过程略。

Wu 等^[35]和 Shi 等^[36]的研究成果体现了供应商的产能对决策机制的影响, 突出了供给侧中的“量”对库存系统的制约性作用, 但是忽略了由产品的“质”诱发的扰动性作用对需

求侧所产生的影响。命题 2 的结论进一步表明了供应商在整个供应链体系中发挥着主导性作用,同时突出了供应商的“质”和“量”对库存系统决策机制的重要性。可见,新模型对进一步完善和拓展库存决策理论和方法,具有一定的理论和实际意义。

于是,结合(4)和(6)式,可得多周期库存系统的最优总期望报酬准则

$$E[\Pi(Q_k^*(i))] = \sum_{k=1}^K E[\Pi_k(Q_k^*(j_k|i))] \quad (7)$$

其中 $Q_k^*(j_k|i) = (Q_k^*(1|i), Q_k^*(2|i), \dots, Q_k^*(S|i))^T$ 。

质量的不确定性对供需两侧、价格、残值和风险偏好性等要素具有重要的影响,进而产生的涟漪效应制约着库存系统的订购策略及收益过程。该准则充分考虑了由质量所诱发的涟漪效应对库存系统总期望报酬的影响,同时将马氏过程纳入该报酬准则的理论框架,刻画了供需两侧中的随机波动过程,进而揭示期望利润曲线依时间演变的运动机理。

2 库存系统的风险决策分析

2.1 随机库存系统的风险性概述

在多重随机的决策环境下,根据库存系统在实际问题中所面临的风险决策问题,本文尝试从如下三个视角,对相关问题展开相应的研究:(1)假设 $a, b > 0$, 记 (a, b) 为库存系统设定收益目标的浮动区间,如何度量库存系统在目标区间内部的收益情况?(2)在既定的浮动区间 (a, b) 下,如何度量期望利润曲线上穿和下穿目标区间 (a, b) 的期望幅度,并获知库存系统在目标区间 (a, b) 外部的收益情况?(3)如何度量库存系统在目标区间 (a, b) 之内部收益信息与外部收益信息之间的耦合性?下边拟以这三个问题作为研究风险决策的基本导向,进而在多元化视角下提出新的风险评估体系。

因为产品质量水平的波动性所诱发的涟漪效应,对模型的内置参数具有重要的影响,所以库存系统的期望利润曲线的运动趋势与质量水平的波动性具有一定的关联性。因此,在此情形下,当系统处于不同的初始状态时,期望利润曲线在运动过程中具有哪些特征是决策者所关心的问题。为此,针对上述所提出的风险问题,以下主要借助随机过程中的偏差和上下穿等基本概念形成新的研究视角,以揭示期望利润曲线的运动特征。

2.2 多元化视角下库存系统风险性的理论解析

决策者在运作过程中,主要根据客观上的随机性因素的统计规律性,对库存系统的风险源进行识别和度量,进而在主观决策上产生相应的风险厌恶因子 $\eta_k(j_k|i)$, $j_k \in S$, 以制定库存系统的最优订购策略 $Q_k^*(j_k|i)$ 。因此,质量水平的波动性作为库存系统风险源的诱发点之一,其所处于的状态对最优期望利润 $E[\Pi_k(Q_k^*(j_k|i))]$ 的运动趋势具有扰动性的作用。

令区间 (a, b) 为库存系统的目标利润的波动区间, $\{Y_k \triangleq E[\Pi_k(Q_k^*(j_k|i))], 0 \leq k \leq K\}$ 为由最优期望利润构成的随机序列。 $\bar{N}_k(a, b)$ 和 $\underline{N}_k(a, b)$ 为该随机序列分别上穿及下穿目标区间 (a, b) 的次数(当 $Y_k \leq a$ 时,称为下穿

(a, b) ; 当 $Y_k \geq b$ 时,称为上穿 (a, b))。于是,可分别给出 $\{Y_k, 0 \leq k \leq K\}$ 上穿及下穿区间 (a, b) 的概率,即

$$\bar{P}_k(a, b) = \bar{N}_k(a, b)/K \quad (8)$$

$$P_k(a, b) = \underline{N}_k(a, b)/K \quad (9)$$

在学术界往往根据鞅论中的上下穿不等式^[37],来识别系统内在的风险性。以这种风险识别方式,虽然可给出系统上穿和下穿目标区间 (a, b) 次数的上界值,但是尚未能完整地反映系统的风险信息,以致产生一种风险识别误区,即:认为当 $\bar{N}_k(a, b)$ 的取值越大及 $\underline{N}_k(a, b)$ 的取值越小时,系统的经济效益就越好,其所面临的风险程度就越低;否则反之。其实不然,原因是利润曲线上下穿目标区间 (a, b) 的幅度(Y_k 分别与 a 和 b 之偏差)的大小尚未解决。为此,针对上下穿不等式识别风险的局限性,下边引入上穿期望幅度和下穿期望幅度的概念。

设 $\{Y_k, k \geq 0\}$ 为由最优期望利润构成的一随机序列, (a, b) 为目标利润区间。今记

$$\bar{M}_k(a, b) = \sum_{k=0}^K (Y_k - b) E[I_{(Y_k \geq b)}] \quad (10)$$

$$\underline{M}_k(a, b) = \sum_{k=0}^K (Y_k - a) E[I_{(Y_k \leq a)}] \quad (11)$$

其中 $I_{(Y_k \geq b)}$ 和 $I_{(Y_k \leq a)}$ 为示性函数,这里将 $\bar{M}_k(a, b)$ 和 $\underline{M}_k(a, b)$ 分别称为随机序列 $\{Y_k, 0 \leq k < K\}$ 上穿 b 和下穿 a 的期望幅度。若从孤立的视角,以(10)和(11)式识别系统的运行状况,那么上穿和下穿期望幅度所含有的风险信息具有单侧性,即(10)式只含有上穿 b 的信息,而(11)式只含有下穿 a 的信息。为了克服库存系统风险信息的单侧性,以下引入库存系统外收益水平的基本概念。

在库存系统的目标利润区间 (a, b) 下, $\bar{M}_k(a, b)$ 和 $\underline{M}_k(a, b)$ 分别为 $\{Y_k, 0 \leq k < K\}$ 的上穿和下穿期望幅度,令

$$M_k(a, b) = \bar{M}_k(a, b) + \underline{M}_k(a, b) \quad (12)$$

则称 $M_k(a, b)$ 为库存系统的外收益水平。显然, $M_k(a, b)$ 突出了系统单侧上穿期望幅度与单侧下穿期望幅度之间的风险对冲性。为了进一步利用外收益水平来揭示库存系统的风险对冲机理,下边结合上下穿的次数,导出随机序列 $\{Y_k\}$ 非上下穿目标区间 (a, b) 的次数和概率公式,即

$$N_k(a, b) = K - \bar{N}_k(a, b) - \underline{N}_k(a, b) \quad (13)$$

$$P_k(a, b) = 1 - \bar{P}_k(a, b) - \underline{P}_k(a, b) \quad (14)$$

当期望利润曲线非上下穿目标区间 (a, b) 时,有: $Y_k \in (a, b)$, 故可将 a 与 b 的算术平均数 $(a + b)/2$ 作为衡量库存系统在目标区间 (a, b) 内部收益水平的基准。于是,结合(14)式可给出库存系统的内收益水平的定义。

设 (a, b) 为库存系统的目标利润区间, $P_k(a, b)$ 为 $\{Y_k\}$ 非上下穿目标区间 (a, b) 的概率,记

$$\Omega_k(a, b) = \frac{(a + b)P_k(a, b)}{2} \quad (15)$$

则称 $\Omega_k(a, b)$ 为库存系统的内收益水平。由此,联合(9)和(10)式可进一步推导出 $\Omega_k(a, b)$ 的解析式,即

$$\Omega_k(a, b) = \frac{a + b}{2} (1 - \bar{P}_k(a, b) - \underline{P}_k(a, b)) \quad (16)$$

通过(16)式,可以衡量库存系统在目标区间内部收益水平的高低。与之相反,外收益水平 $M_k(a,b)$ 只描述了目标区间 (a,b) 外部的收益情况。因此,若孤立地将 $\Omega_k(a,b)$ 和 $M_k(a,b)$ 作为库存系统的评估指标,则在信息上都具有一定的残缺性,使得决策者无法评估库存系统运作过程中的综合优良性。对此,为了提升库存系统风险信息的识别力,下边导出库存系统的上下均衡性,上下穿占优性和耦合度的概念。

设 $M_k(a,b)$ 为在目标区间 (a,b) 内库存系统的外收益水平,若 $M_k(a,b) = 0$, 则称系统的上下穿均衡;若 $M_k(a,b) > 0$, 则称系统的上穿占优;若 $M_k(a,b) < 0$, 则称系统的下穿占优。显然,利用上下穿的均衡性和占优性,可揭示 a 与 b 外部两侧幅度之间的风险对冲机理,并可获知库存系统在利润目标之外的收益信息。比如:当系统的上下穿均衡时,意味着上穿幅度与下穿幅度之间经过调和之后,实现了 a 与 b 两侧风险对冲的零和。

设 (a,b) 为库存系统的目标利润区间, $\Omega_k(a,b)$ 和 $M_k(a,b)$ 分别为该系统的内及外收益水平,记

$$\Delta_k(a,b) = M_k(a,b) + \Omega_k(a,b) \quad (17)$$

则称 $\Delta_k(a,b)$ 为库存系统收益水平的耦合度。 Δ_k 主要刻画了库存系统在目标区间 (a,b) 内部与外部收益信息之间的耦合性,并进一步完备化了库存系统决策机制的风险信息量的识别理论和方法。于是,结合上述相关的基本概念,可以得出如下的结论。

命题3 设 $\Omega_k(a,b)$, $M_k(a,b)$ 和 Δ_k 分别为库存系统的内外收益水平及耦合度,则在目标利润区间 (a,b) 下,可得出库存系统的风险启示机理:

(1) 当库存系统的上下穿均衡或上穿占优时,那么库存系统无未完成目标利润的风险性,此时非上下穿概率 $P_k(a,b)$ 的值越大,系统的收益水平就越高;

(2) 若系统的下穿占优,则当非上下穿概率 $P_k(a,b)$ 的值越小时,系统未完成目标利润的风险性就越大。

由命题3的结论可知,在实际问题中,若风险信息链上缺少内收益水平 $\Omega_k(a,b)$ 或外收益水平 $M_k(a,b)$ 中的信息,则将导致决策者在风险识别过程中陷入信息的盲角。 $\Delta_k(a,b)$ 主要基于目标区间内外收益信息之间的耦合性,克服了信息盲角的局限性,并给出了系统整体经济效益的优劣性的判别式,即:当 $\Delta_k(a,b) \geq 0$ 时,则系统无未完成目标的风险;当 $\Delta_k(a,b) < 0$ 时,则系统存在未完成目标的风险。因此,耦合度 $\Delta_k(a,b)$ 的提出,有助于库存系统的风险信息链的完备化^①。

2.3 库存系统的上下穿耦合风险评估体系

根据上述所提出的上下穿期望幅度、内外收益水平、耦合度等基本概念,以下给出多元化视角下库存系统的风险评估体系,即

$$\mathfrak{R} \triangleq \{\bar{M}_k(a,b), \underline{M}_k(a,b), M_k(a,b), \Omega_k(a,b), \Delta_k(a,b)\} \quad (18)$$

这里将之称为上下穿-耦合风险评估体系,简记为 $\mathfrak{R}$ -评估体系。

在 $\mathfrak{R}$ -评估体系中,因为

$$E[I_{(Y_k \geq b)}] = \bar{P}_k(a,b), E[I_{(Y_k \leq a)}] = \underline{P}_k(a,b),$$

所以根据(10)和(11)式,可分别得到库存系统的上穿期望幅度和下穿期望幅度

$$\bar{M}_k(a,b) = \bar{P}_k(a,b) \sum_{k=0}^K (Y_k - b)^+ \quad (19)$$

$$\underline{M}_k(a,b) = -\underline{P}_k(a,b) \sum_{k=0}^K (Y_k - a)^- \quad (20)$$

于是,可得出 $\mathfrak{R}$ -评估体系的解析式,即

(1) 外收益水平:

$$M_k(a,b) = \bar{P}_k(a,b) \sum_{k=0}^K (Y_k - b)^+ - \underline{P}_k(a,b) \sum_{k=0}^K (Y_k - a)^- \quad (21)$$

(2) 内收益水平:

$$\Omega_k(a,b) = \frac{a+b}{2} (1 - \bar{P}_k(a,b) - \underline{P}_k(a,b)) \quad (22)$$

(3) 收益水平的耦合度:

$$\Delta_k(a,b) = \bar{P}_k(a,b) \sum_{k=0}^K (Y_k - b)^+ - \underline{P}_k(a,b) \sum_{k=0}^K (Y_k - a)^- + \frac{a+b}{2} (1 - \bar{P}_k(a,b) - \underline{P}_k(a,b)) \quad (23)$$

在复杂的决策环境下,产品质量的涟漪效应加大了库存系统风险源可控性的难度。因此,单维指标基的风险评估机制,难以完整地挖掘系统的风险信息。 $\mathfrak{R}$ -评估体系作为多维指标基的评估机制,主要将上穿期望幅度与下穿期望幅度、内收益水平与外收益水平等对偶关系融入了评估机制的理论框架,刻画了库存系统上传风险信息与下穿风险信息之间的对冲性,同时给出了内收益信息与外收益信息之间的耦合性机理。因此,新评估机制体现了库存系统的风险源具有多重性的特征,以及揭示了各种风险信息在交互过程中所形成特殊的对偶关系。

3 数值算例分析

为了便于模型理论的仿真及分析,这里假设库存系统的初始周期 $k = 0$, 并记质量水平的初始状态为 i_0 。同时,根据产品的缺陷率的程度,将其质量水平统一划分为4个状态,即状态集 $S = \{1, 2, 3, 4\}$, 其中当状态的取值越大时,产品的质量水平越低。

在概率论与数理统计的发展沿革过程中,伽玛分布在理论上占有重要的地位。较于其它分布而言,伽玛分布具有理论上便于积分运算、利于通过形状参数模拟客观随机现象的统计结构(如概率分布的偏态性)、易于逼近正态分布等优越性。因此,不妨假设在不同质量水平的状态下,库存系统的供应能力和需求都服从于伽玛分布,其密度函数分别如表1所示,其中伽玛函数 $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$ 。

注1:在统计结构上,由于产品的需求变量具有近似正态的属性,而当伽玛分布的形状参数 $n > 2$ 时,其概率密度的运动趋势与正态分布接近,故这里假设形状参数 $\alpha = 3$ 。

注2:在实际问题中,因为产品的供应能力 $W(i|i_0)$ 超过

① 命题1~3的证明过程,可以发邮件至 sysuchenjie@126.com 索取。

表 1 产品需求和供应能力的密度函数
Table 1 The PDFs of the demand and supply capacity for product

质量状态	1	2	3	4
产品需求	$f_{X_k(1 i_0)}(x) = \begin{cases} \frac{\lambda_1^3 x^2}{\Gamma(3)e^{\lambda_1 x}}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$f_{X_k(2 i_0)}(x) = \begin{cases} \frac{\lambda_2^3 x^2}{\Gamma(3)e^{\lambda_2 x}}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$f_{X_k(3 i_0)}(x) = \begin{cases} \frac{\lambda_3^3 x^2}{\Gamma(3)e^{\lambda_3 x}}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$f_{X_k(4 i_0)}(x) = \begin{cases} \frac{\lambda_4^3 x^2}{\Gamma(3)e^{\lambda_4 x}}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$
供应能力	$\phi_{W_k(1 i_0)}(w) = \begin{cases} \frac{\gamma_1^2 w}{\Gamma(2)e^{\gamma_1 w}}, & w \geq 0; \\ 0, & w < 0 \end{cases}$	$\phi_{W_k(2 i_0)}(w) = \begin{cases} \frac{\gamma_2^2 w}{\Gamma(2)e^{\gamma_2 w}}, & w \geq 0; \\ 0, & w < 0 \end{cases}$	$\phi_{W_k(3 i_0)}(w) = \begin{cases} \frac{\gamma_3^2 w}{\Gamma(2)e^{\gamma_3 w}}, & w \geq 0; \\ 0, & w < 0 \end{cases}$	$\phi_{W_k(4 i_0)}(w) = \begin{cases} \frac{\gamma_4^2 w}{\Gamma(2)e^{\gamma_4 w}}, & w \geq 0; \\ 0, & w < 0 \end{cases}$

其均值 $E[W(i|i_0)]$ 越大,其所发生的概率就越小,所以在统计结构上具有右偏的属性。同时,由伽玛分布的曲线特征可知,当其形状参数 $1 < n \leq 2$ 时具有右偏性,故这里不妨假设形状参数 $\alpha = 2$ 。

注 3: 根据伽玛分布的特征数可知,当形状参数 λ_i 和 γ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 的取值越大时,其数学期望就越小。在实际问题中,由于产品质量水平的波动性对顾客需求和供应能力的

影响具有正相关性,这里不妨假设当 $i < j$ 时,有 $\lambda_i < \lambda_j$ 和 $\gamma_i < \gamma_j$ 。

3.1 模型的最优数值解

为了检验在质量涟漪效应下带有风险厌恶决策模型的可行性和有效性,假设在不同的初始状态下,产品的各参数取值如表 2 所示。于是,根据文中的 (4) 和 (5) 式可得,库存系统在不同周期内的最优期望利润和订购量,详见下表。

表 2 不同初始状态下模型的最优解
Table 2 The solutions of the model with the different initial states

模型参数	需求和供应能力		一步转移概率矩阵				其他参数			
	$\lambda_1 = 0.030, \gamma_1 = 0.025$	$\lambda_2 = 0.035, \gamma_2 = 0.035$	$\lambda_3 = 0.040, \gamma_3 = 0.045$	$\lambda_4 = 0.045, \gamma_4 = 0.050$	$V_k(1 i_0) = 10, V_k(2 i_0) = 20, V_k(3 i_0) = 30, V_k(4 i_0) = 40$	$P_k(1 i_0) = 300, P_k(2 i_0) = 260, P_k(3 i_0) = 220, P_k(4 i_0) = 180$	$C_k(1 i_0) = 150, C_k(2 i_0) = 130, C_k(3 i_0) = 110, C_k(4 i_0) = 90$	$\eta_k(1 i_0) = 0.90, \eta_k(2 i_0) = 0.85, \eta_k(3 i_0) = 0.80, \eta_k(4 i_0) = 0.75$		
周期	$\bar{Q}_k^*(1)$	$E[\Pi_k(Q_k^*(j_k 1))]$	$\bar{Q}_k^*(2)$	$E[\Pi_k(Q_k^*(j_k 2))]$	$\bar{Q}_k^*(3)$	$E[\Pi_k(Q_k^*(j_k 3))]$	$\bar{Q}_k^*(4)$	$E[\Pi_k(Q_k^*(j_k 4))]$		
1	59.42	4744.8	57.76	4547.5	55.81	4325.1	49.59	3579.9		
2	56.71	4425.7	56.87	4444.5	56.25	4372.6	54.16	4123.3		
3	56.25	4370.7	56.40	4389.3	56.17	4361.9	55.58	4291.5		
4	56.16	4360.6	56.22	4368.2	56.14	4358.4	55.98	4339.7		
5	56.14	4358.5	56.16	4361.0	56.13	4357.5	56.09	4352.3		
6	56.14	4357.9	56.14	4358.7	56.13	4357.6	56.12	4355.7		
7	56.14	4358.1	56.14	4357.9	56.13	4357.6	56.13	4357.5		
合计	396.96	30976.3	395.69	30827.1	392.76	30490.7	383.65	29399.9		

在产品质量过程 $\{Z_k = i, i \in S\}$ 的统计规律(转移概率矩阵 P_k) 下,根据表 2 的数值模拟和仿真结果,可得出以下若干重要的结论和管理启示:

(1) 当周期 $k = 1$ 时,若库存系统由初始状态 $i_0 = 1$ 出发,其相应的最优期望订购量和期望利润分别为 $\bar{Q}_1^*(1) = 59.42$ 及 $E[\Pi_1(Q_1^*(j_1|1))]$ = 4744.8。此时,有 $\bar{Q}_1^*(1) \geq \bar{Q}_1^*(i_0)$ 和 $E[\Pi_1(Q_1^*(j_1|1))] \geq E[\Pi_1(Q_1^*(j_1|i_0))]$ ($i_0 = 2, 3, 4$)。当周期 $k \geq 2$ 时,若系统由初始状态 $i_0 = 2$ 出发,则有 $\bar{Q}_k^*(2) \geq \bar{Q}_k^*(i_0)$ 和 $E[\Pi_k(Q_k^*(j_k|2))] \geq E[\Pi_k(Q_k^*(j_k|i_0))]$ ($i_0 = 1, 3, 4$)。由此,可见初始状态 i_0 在一定周期内,对库存系统的最优期望订购量和期望利润具有重要的影响。

(2) 在上述质量过程的统计规律下,库存系统具有良好的鲁棒性,即:无论系统从哪个初始状态出发,经过多周期演变后都将逐步进入稳定的状态,此时最优期望订购量和期望

利润的稳定值近似分别为 56.1 和 4358。事实上,根据一步转移概率矩阵 P_1 的属性可知,质量过程 $\{Z_k = i, i \in S\}$ 中的每个状态都是互通的,因此该随机过程为不可约遍历马氏链,故由文[37]可知 $\{Z_k = i, i \in S\}$ 存在唯一的平稳分布,所以系统经过多周期后就会进入稳定的状态。由此可见,当产品的质量过程具有不可约性和遍历性时,决策者通过采取稳健的订购策略,可获取相对稳定的收益水平。

(3) 关于人类行为科学问题,古希腊哲学家柏拉图曾得出一个重要的基本结论,即:良好的开端等于成功的一半。可见,不同的随机因素对系统的影响具有一定的惯性作用,良性的因素溢出更高的价值效应。根据质量水平的状态分类可知,当质量过程处于状态 1 时,系统的质量水平最好,而当处于状态 4 时为最差。由表 2 中的合计项可知,在前 7 个周期内,若质量水平从初始状态 $i_0 = 1$ 出发,则获取最优总期望利润为

$E[\Pi(Q_7^*(1))] = 30976.3 > E[\Pi(Q_7^*(i))](i = 2, 3, 4)$ 。虽然当质量过程满足不可约性和遍历性时,系统无论从哪个初始状态出发,历经多周期后所采取的订购策略都将逐步趋同,但是当系统从质量上占优的初始状态出发时,所获取的最优总期望利润也是占优的。由此,从中表明了由新模型所导出的最优决策机制符合决策行为科学的客观实际性。

3.2 质量涟漪效应对决策机制的敏感性分析

在实际问题中,产品质量水平对供需能力、价格、残值、厌恶因子等因素起着扰动性的作用,进而产生涟漪效应施加于库存系统的决策机制。由于质量水平的波动性,主要体现在上升或下降的过程。因此,为了刻画质量涟漪效应与最优解之间的关联性,这里假设产品质量过程 $\{Z_k = i, i \in S\}$ 的 k 步转移概率矩阵 P_k 具有如下的属性:

P1:当库存系统由初始状态 $i_0 = 1$ 或 2 出发时,有 $\sum_{i_0 < i} p_{i_0 i}(k) > \sum_{i_0 < i} p_{i_0 i}(k+1)$ 。根据质量水平的划分可知,当 $i_0 < i$ 时,意味着在质量上 i_0 占优于 i 。因此,当库存系统满足此假设时,产品质量水平随着周期 k 增大,向占优状态转移的概率在下降。

P2:当库存系统由初始状态 $i_0 = 3$ 或 4 出发时,有 $\sum_{i_0 < i} p_{i_0 i}(k) < \sum_{i_0 < i} p_{i_0 i}(k+1)$ 。该假设正好与 P1 相反,产品质量水平随着周期 k 增大,向占优状态转移的概率在上升。

给出 P1 和 P2 的假设,目的在于利用质量水平的升降过程,以揭示质量涟漪效应对决策机制的传导机理。在 P1 和 P2 的条件下,不妨假设质量过程 $\{Z_k = i, i \in S\}$ 的一步转移概率矩阵

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0.45 & 0.25 & 0.30 & 0.00 \\ 0.25 & 0.45 & 0.25 & 0.05 \\ 0.20 & 0.25 & 0.45 & 0.10 \\ 0.00 & 0.25 & 0.30 & 0.45 \end{pmatrix}$$

而模型中的其他参数详见于表 1。于是,根据文中的(4)和(5)式可得,库存系统最优期望订购量和期望利润依周期 k 运动的趋势,分别详见于图 1 和图 2。

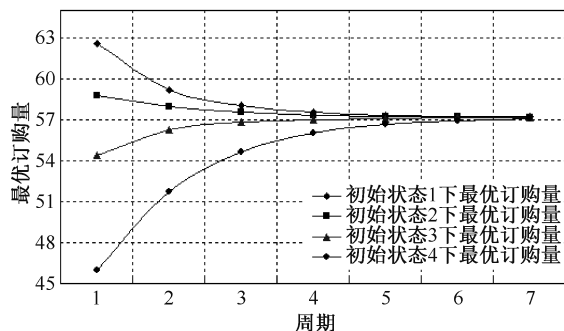


图 1 质量涟漪效应对最优订购量的影响

Figure 1 The ripple effect of quality impacts on the optimal order quantity

由 Chapman-Kolmogorov 方程 $P_k = P_1^k$, 易验证转移概率矩阵 P_k 满足假设 P1 和 P2。因此,当系统由初始状态 $i_0 = 1$ 或 2 出发时,产品质量水平随着周期 k 增大而下降;当库存系

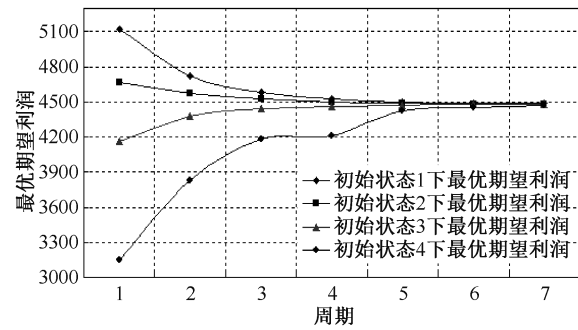


图 2 质量涟漪效应对最优期望利润的影响

Figure 2 The ripple effect of quality impacts on the optimal expected profit

统由初始状态 $i_0 = 3$ 或 4 出发时,产品质量水平随着周期 k 增大而上升。结合图 1 和图 2 中各曲线的运动特征,可知:当产品质量水平下降时,库存系统的最优订购量和期望利润具有减少的趋势;当产品质量水平上升时,库存系统的最优订购量和期望利润具有增大的趋势。从中表明,由产品质量水平所诱发的涟漪效应,对最优订购量和期望利润具有正向的相关性。然而,无论库存系统从质量水平的哪个初始状态出发,最优订购量和期望利润随着周期 k 的增大都将逐步趋向于平稳。由此说明,由质量涟漪效应所产生的随机过程的统计规律性,对库存系统决策机制的影响具有鲁棒性的作用。决策者根据鲁棒性的机理,可获知库存系统的稳定性态。

3.3 库存系统的风险性分析

由上述的理论分析可知,通过多维指标基的 $\mathfrak{R}$ -评估体系可刻画库存系统的风险性。因此,为了检验新指标体系的可行性和有效性,这里不妨假设决策者根据库存系统的历史经验数据,设定目标利润区间为 $(a, b) = (4400, 4600)$ 。于是,当 $K = 10$ (未来 10 个周期) 时,利用上文中的(19-23)式,可得出 $\mathfrak{R}$ -评估体系中的各指标值(详见于表 3)。

由表 3 中的数值实验结果可知,在不同的初始状态下得到数值化的 $\mathfrak{R}$ -评估体系有所不同。比如:当库存系统从初始状态 1 出发时,其相应的 $\mathfrak{R}$ -评估体系为

$$\mathfrak{R} = \{\bar{M}_{10}(a, b), \underline{M}_{10}(a, b), M_{10}(a, b), \Omega_{10}(a, b), \Delta_{10}(a, b)\} \\ = \{128.40, 0.00, 128.40, 160.00, 288.40\}$$

由此可见,由不同的初始状态所诱发出来的库存系统的风险性具有一定的差异性。从中可以得出如下重要的结论和管理启示:

一方面,当库存系统从初始状态 1 或 2 出发时,该系统的外收益水平 $M_{10}(a, b)$ 满足非负性。因此,在既定的目标利润区间 $(4400, 4600)$ 下,无未完成目标利润的风险性。由库存系统的耦合度来看,初始状态 1 下的耦合度 $\Delta_{10}(a, b) = 288.40$, 比初始状态 2 下的耦合度 $\Delta_{10}(a, b) = 186.23$ 高。陈鸿冰^[38]认为创立企业的标杆还具有重要的战略管理意义,全方位、全过程、多层次进行标杆管理,有助于提升企业的经济效益。由不同初始状态下的耦合度可知,库存系统处于状态 1 具有基准性的意义,可以作为企业内部标杆管理中的立标导向,以及作为产品质量水平的对标依据。

另一方面,虽然当质量水平从初始状态 3 或 4 出发时,库存系统获得相应的外收益水平都小于零,但是初始状态 3

表 3 不同初始状态下库存系统的风险性分析
Table 3 Risk analysis of inventory system in different initial states

模型 参数	需求和供应能力		一步转移概率矩阵				其他参数		
	$\lambda_1=0.030, \gamma_1=0.025$		0.45	0.25	0.30	0.00	$V_k(1 i_0)=10, V_k(2 i_0)=20, V_k(3 i_0)=30, V_k(4 i_0)=40$		
	$\lambda_2=0.035, \gamma_2=0.035$		0.25	0.45	0.25	0.05	$P_k(1 i_0)=300, P_k(2 i_0)=260, P_k(3 i_0)=220, P_k(4 i_0)=180$		
	$\lambda_3=0.040, \gamma_3=0.045$		0.20	0.25	0.45	0.10	$C_k(1 i_0)=150, C_k(2 i_0)=130, C_k(3 i_0)=110, C_k(4 i_0)=90$		
	$\lambda_4=0.045, \gamma_4=0.050$		0.00	0.25	0.30	0.45	$\eta_k(1 i_0)=0.90, \eta_k(2 i_0)=0.85, \eta_k(3 i_0)=0.80, \eta_k(4 i_0)=0.75$		
初始状态	$\bar{P}_{10}(a,b)$	$\underline{P}_{10}(a,b)$	$P_{10}(a,b)$	$\bar{M}_{10}(a,b)$	$\underline{M}_{10}(a,b)$	$M_{10}(a,b)$	$\Omega_{10}(a,b)$	$\Delta_{10}(a,b)$	
1	0.20	0.00	0.80	128.40	0.00	128.40	160.00	288.40	
2	0.10	0.00	0.90	6.23	0.00	6.23	180.00	186.23	
3	0.00	0.20	0.80	0.00	-52.14	-52.14	160.00	107.86	
4	0.00	0.40	0.60	0.00	-890.44	-890.44	120.00	-770.44	

下的耦合度大于零,而初始状态 4 下的耦合度小于零。于是,根据耦合度的定义可知,若质量水平从初始状态 3 出发,则系统未无完成目标利润的风险;若从初始状态 4 出发,则结论正好相反。因此,在系统的观测过程中,若发现质量水平处于非占优的状态时,管理者有必要在主观决策行为上,对由客观随机因素演变所形成的质量过程施加有效的干预,以避免系统面临未完成目标利润的风险性。

企业以实施目标利润为导向是预算管理中的关键环节之一,是提升企业经济效益的重要途径,关乎企业在实施供应链杠杆管理过程中的成效性。然而,由质量所诱发出来的涟漪效应,对库存系统中的供需两侧、进货价、销售价、残值、风险偏好性等多重因素具有重要的“扰动性”的作用,进而对决策机制的理论框架产生随机性的影响。因此,在这样的多重随机环境下,给决策者评估目标利润的可行性和风险性带来了巨大的挑战。上述算例中的数值模拟结果表明,通过多指标基的 $\mathfrak{N}$ -评估体系,可获取系统在运行过程中可能出现的潜在风险性信息。因此,利用 $\mathfrak{N}$ -评估体系对企业的目标利润进行风险性分析,具有一定的有效性和可行性。

4 结论

一般情形下,经典的库存模型不考虑质量的涟漪效应对决策机制的影响。为此,本文在假设供需、进货价、批发价、残值、风险偏好等因素为质量水平依赖的条件下,利用马氏理论刻画质量过程的统计规律性,进而基于 CVaR 准则构建了多周期库存系统的优化与控制模型。同时,为了分析和评估库存系统在运作过程中所负载的风险性,本文基于上(下)穿期望幅度、上(下)穿占优、内(外)收益水平、上下穿均衡、收益水平的耦合度等概念,建立了多指标基的 $\mathfrak{N}$ -评估体系。由新模型的相关理论以及数值算例的实验结果,可得出如下重要的结论和管理启示:

其一、质量水平的初始状态对库存系统的订购策略和期望利润具有重要的影响。当质量水平处于相对占优的状态时,系统所对应的最优订购量和期望利润也处于相对占优的水平。然而,当质量过程满足不可约性和遍历性时,库存系统在任何质量水平的初始状态下,随着周期数的增大,其最优订购量和期望利润都将逐步趋于平稳。由此可见,库存系统决策机制的鲁棒性与质量过程统计结构的属性有关。同时,也表明了产品的“质”对库存系统发挥着支点性的作用。

其二、在供需、进货价、批发价、残值、风险偏好等要素依赖质量水平的情形下,质量的涟漪效应对库存系统决策机制

的影响突显出非线性的结构特征,并具有如下的客观规律性,即在库存系统的运作过程中,当非占优状态向相对占优状态转移的概率逐步增大时,决策机制对系统的绩效水平产生积极性的影响。此时,转移概率值越大,库存系统的经济效益就越高,否则反之。

其三、在一定的目标利润的条件下,相对下穿而言,当上穿期望幅度越大时,库存系统的上穿占优就越显著,收益水平的耦合度就越高,此时系统未完成目标利润的风险性就越低,反之则风险性就越大。当系统达到上下穿均衡时,若内收益水平越高时,则收益水平的耦合度具有上升的趋势,此时库存系统完成目标利润的可能性就越大。

由上述的相关结论可知,利用马氏理论导出的质量过程的统计规律性,可以刻画供需、进货价、批发价、残值、风险偏好等要素与决策机制之间的关联性,进而揭示质量涟漪效应与库存系统的控制策略之间的传导性机理。同时,表明在新模型的理论框架下所提出的多指标基上下穿-耦合评估体系,可度量库存系统在运作与管理过程中的潜在风险性,并在理论上充分地体现了多重随机因素对库存系统的决策机制的影响。因此,将“质量涟漪效应”作为决策理念的导向,并构建带有风险厌恶的库存决策模型,有助于进一步完善和拓展库存决策的理论和方法。

参 考 文 献

- [1] 中国消费者协会. 2020 年全国消协组织受理投诉情况分析 [EB/OL]. [2021-02-03]. <http://www.cca.org.cn/tsdh/detail/29923.html>.
China Consumers Association. An analysis of the complaints received by the National Consumer Association in 2020 [EB/OL]. [2021-02-03]. <http://www.cca.org.cn/tsdh/detail/29923.html>.
- [2] 严冯敏. 2017 年缺陷汽车召回超 2000 万辆 [EB/OL]. [2017-12-29]. <http://m.news.cctv.com/2017/12/29/ARTlrXTvRj2yCov7kKPtV9Ey171229.shtml>.
Yan F M. Defective cars recalled over 20 million vehicles in 2017 [EB/OL]. [2017-12-29]. <http://m.news.cctv.com/2017/12/29/ARTlrXTvRj2yCov7kKPtV9Ey171229.shtml>.
- [3] 王晨曦. 创 16 个月的最大跌幅 [EB/OL]. [2021-05-19]. <https://new.qq.com/rain/a/20210519A016YG00>.
Wang C X. It was the biggest drop in 16 months [EB/OL]. [2021-05-19]. <https://new.qq.com/rain/a/20210519A016YG00>.
- [4] Jaggi C K, Tiwari S, Shafi A A. Effect of deterioration on two-warehouse inventory model with imperfect quality [J]. Computers

- & Industrial Engineering, 2015, 88(3): 378-385.
- [5] Wang W T, Wee H M, Cheng Y L, et al. EOQ model for imperfect quality items with partial backorders and screening constraint[J]. European Journal of Industrial Engineering, 2015, 9(6): 744-773.
- [6] Lin T Y, Hou K L. An imperfect quality economic order quantity with advanced receiving[J]. TOP, 2015, 23(2): 535-551.
- [7] Makoena S, Olufemi A. Optimal inventory replenishment and shipment policies in a four-echelon supply chain for growing items with imperfect quality[J]. Production & Manufacturing Research, 2020, 8(1): 130-157.
- [8] Asadkhani J, Mokhtari H, Tahmasebpour S. Optimal lot-sizing under learning effect in inspection errors with different types of imperfect quality items [J/OL]. Operational Research, 1-35 [2021]. <https://link.springer.com/article/10.1007/s12351-021-00624-7>.
- [9] Mirzapour Al-e-hashem S M J, Reik Y. Multi-product multi-period Inventory Routing Problem with a transshipment option: A green approach[J]. International Journal of Production Economics, 2014, 157(1): 80-88.
- [10] Vicente J J, Relvas S, Póvoa A P B. Multi-period and Multi-product Inventory Management Model with Lateral Transshipments [M]. Operational Research. Springer International Publishing, 2015: 425-444.
- [11] Ben-Ammar O, Bettayeb B, Dolgui A. Optimization of multi-period supply planning under stochastic lead times and a dynamic demand[J]. International Journal of Production Economics, 2019, 218: 106-117.
- [12] Imran M, Habib M, Hussain A, et al. Inventory Routing Problem in Supply Chain of Perishable Products under Cost Uncertainty [J]. Mathematics, 2020, 8(3): 1-29.
- [13] Liu H, Zhang J, Cheng T, et al. Optimal production-inventory policy for the multi-period fixed proportions co-production system [J]. European Journal of Operational Research, 2020, 280(2): 469-478.
- [14] 张剑, 张菊亮. 供应不确定条件下多周期库存博弈[J]. 中国管理科学, 2018, 26(4): 67-77.
- Zhang J, Zhang J L. Multi-cycle inventory game under supply uncertainty[J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(4): 67-77.
- [15] Luciano E, Peccati L, Cifarelli D M. VaR as a risk measure for multiperiod static inventory models[J]. International Journal of Production Economics, 2003, 81(2): 375-384.
- [16] Özler A, Tan B, Karaesmen F. Multi-product newsvendor problem with value-at-risk considerations [J]. International Journal of Production Economics, 2009, 117(2): 244-255.
- [17] 姚忠. 风险约束下退货合同对供应链的协调性分析[J]. 管理科学学报, 2008, 11(3): 96-105.
- Yao Z. Analysis of return policy for coordinating supply chain under downside risk constraints [J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(3): 96-105.
- [18] Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk[J]. Journal of Risk, 2000, 2(3): 21-41.
- [19] Shi Y, Layth C. Alwan A, Tang C, Yue X. A newsvendor model with autocorrelated demand under a time-consistent dynamic CVaR measure[J]. IIE Transactions, 2019, 51(6): 653-671.
- [20] Fan Y, Feng Y, Shou Y. A risk-averse and buyer-led supply chain under option contract: CVaR minimization and channel coordination [J]. International Journal of Production Economics, 2020, 219: 66-81.
- [21] 代建生, 孟卫东, 范波. 风险规避供应链的回购契约安排[J]. 管理科学学报, 2015, 18(5): 57-65.
- Dai J S, Meng W D, Fan B. Supply chain coordination with risk aversion via buy-back contracts[J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(5): 57-65.
- [22] 肖群, 马士华. 风险厌恶零售商考虑信息预测成本的协调机制[J]. 管理科学学报, 2016, 19(11): 45-53.
- Xiao Q, Ma S H. Coordination of supply chains with endogenous investment in information acquisition and order quantity [J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(11): 45-53.
- [23] 陈建新, 周永务, 钟远光. 基于 CVaR 准则的资金约束供应链回购契约协调策略[J]. 系统管理学报, 2019, 28(3): 552-559.
- Chen J X, Zhou Y W, Zhong Y G. Coordination strategy of buyback contract in capital-constrained supply chain based on CVaR criterion [J]. Journal of Systems & Management, 2019, 28(3): 552-559.
- [24] 邱若臻, 张多琦, 孙艺萌, 等. 供需不确定条件下基于 CVaR 的零售商库存鲁棒优化模型[J]. 中国管理科学, 2020, 28(12): 98-107.
- Qiu R Z, Zhang D Q, Sun Y M, et al. The CVaR-based Robust Optimization Model for Retailer's Inventory Management under Supply and Demand Uncertainties[J]. Chinese Journal of Management Science 2020, 28(12): 98-107.
- [25] Choi S, Ruszczyński A. A multi-product risk-averse newsvendor with exponential utility function[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 214(1): 78-84.
- [26] 金伟, 骆建文. 考虑风险规避的资金约束供应链最优信用契约设计[J]. 中国管理科学, 2018, 26(1): 35-46.
- Jin W, Luo J W. Optimal credit contract design for a capital-constrained supply chain incorporating into risk aversion [J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(1): 35-46.
- [27] Federgruen A, Yang N. Optimal supply diversification under general supply risks[J]. Operations Research, 2009, 57(6): 1451-1468.
- [28] Xanthopoulos A, Vlachos D, Iakovou E. Optimal newsvendor policies for dual-sourcing supply chains: A disruption risk management framework[J]. Computers & Operations Research, 2012, 39(2): 350-357.
- [29] Kouvelis P, Pang Z, Ding Q. Integrated commodity inventory management and financial hedging: A dynamic mean-variance analysis[J]. Production and Operations Management, 2018, 27(6): 1052-1073.
- [30] 王新辉, 汪贤裕. 考虑销售商风险规避的双边信息不对称的供应链协调[J]. 中国管理科学, 2015, 23(3): 97-107.
- Wang X H, Wang X Y. The coordination of supply chain with bilateral asymmetric information by considering risk aversion[J]. Chinese Journal of Management Science, 2015, 23(3): 97-107.
- [31] Sethi S P, Cheng F. Optimality of (s, S) policies in inventory models with Markovian demand[J]. Operations Research, 1997, 45(6): 931-939.
- [32] Beyer D, Sethi S P. Average cost optimality in inventory models with Markovian demands[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1997, 92(3): 497-526.

- [33] Cheng F, Sethi S P, Taksar M. Markovian demand inventory models[M]. New York: Springer, 2010.
- [34] Choi S, Ruszczyński A, Zhao Y. A multi-product risk-averse newsvendor with law-invariant coherent measures of risk [J]. *Operations Research*, 2011, 59(2): 346-364.
- [35] Wu M, Zhu S X, Teunter R H. The risk-averse newsvendor problem with random capacity[J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 231(2): 328-336.
- [36] Shi Z, Li B, Liu S. Supply Process Improvement Decisions for a Newsvendor with Random Capacity [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2020, 141:123-132.
- [37] 林元烈. 应用随机过程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- Lin Y L. *Applied stochastic processes*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.
- [38] 陈鸿冰. 标杆兴国——从对标到创标[M]. 北京: 现代出版社, 2011.
- Chen H B. *Reinvigorating the Country Through Benchmark: From Countermark to Benchmark Creation* [M]. Beijing: Modern Press, 2011.

Multi-period risk-averse inventory system with quality ripple effect

CHEN Jie¹, XING Lingbo^{1*}, LI Weisheng¹, CHEN Zhixiang², CHEN Chongping³

(1. School of Science, Hainan Tropical Ocean University, Sanya 572022, China; 2. School of Business, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China; 3. School of Politics and Public Administration, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: In the actual operation of the supply chain, the ripple effect induced by the quality imperfection not only affects the supply and demand sides of the inventory system, but also has an important ripple effect on the price, residual value, risk preference and other factors. However, in the case of risk aversion, quality imperfection and multi-period, etc, no one has incorporated the decision concept of “quality ripple effect” into the theoretical framework of inventory decision model with CVaR criterion to carry out the corresponding subject research. Meanwhile, as for the risk decision-making problem of inventory system, although some scholars have studied the reliability of inventory system based on stochastic process, no one has proposed a multi-indicator-based risk-assessment mechanism from the perspective of stochastic process. Therefore, under the assumption that supply and demand, purchase price, wholesale price, residual value, risk preference and other factors all dependent on the quality level, using Markov theory to describe the statistical regularity of quality process, and then a multi-period inventory system decision model with CVaR criterion is proposed. To analyze and assess the level of operational risk in the inventory-management system, based on the concepts of up-crossing/down-crossing expected amplitude, up-crossing/down-crossing dominance, internal or external revenue levels, up-crossing/down-crossing equilibrium, and the coupling degree of revenue level, a multi-indicator-based $\mathfrak{R}$ assessment mechanism is established. Based on the theory of the new model and the experimental results of numerical examples, the following important conclusions and management insights can be obtained:

First, the initial state of the quality level has an important impact on the ordering strategy and expected profit of the inventory system. When the quality level is in a relatively dominant state, the corresponding optimal order quantity and expected profit of the system are also in a relatively dominant level. In the initial state of any quality level, however, when the quality process meets irreducibility and ergodicity, the optimal order quantity and expected profit of the inventory system will gradually stabilize as the number of cycle increases. It shows that the robustness of decision-making mechanism is related to the attributes of statistical structure of quality process. Additionally, the “quality” of the product plays a pivotal role in the inventory-management system.

Second, in the case that supply and demand, purchase price, wholesale price, residual value, risk preference and other factors all depend on quality level, the ripple effect of quality on decision-making mechanism has nonlinear structure characteristics, and has the following objective laws, this is, in the process of inventory system operation, when the probability of transition from non-dominant state to relatively dominant state increases gradually, the decision-making mechanism has a positive impact on the system performance level. At this point, the larger the value of transition probability is, the higher the economic benefit of the inventory system will be; otherwise, it will be vice versa.

Third, under the condition of given target profit, relative to the down-crossing, when the expected amplitude of up-crossing is larger, the up-crossing dominance of the inventory system is more significant, and the coupling degree of the revenue level is higher. At this point, the risk of the system failing to achieve the target profit is lower; otherwise, the risk is greater. When the system reaches the up-down equilibrium, the higher the internal revenue level is, the coupling degree of the revenue level has a rising trend. In this

situation, the inventory-management system becomes more likely to achieve its target profit.

From the above conclusions, it shows that the correlations between supply and demand, purchase price, wholesale price, residual value, risk preference and decision-making mechanism can be characterized by the statistical regularity of the Markov-derived quality process. Furthermore, the conductivity mechanism between the quality ripple effect and the control strategy of the inventory system is revealed. It is shown that the potential risk of the inventory system can be measured by the multi-indicator-based $\mathfrak{R}$ assessment mechanism which derives from the theoretical framework of the new model, and fully reflect the influence of multiple random factors on the decision-making mechanism of the inventory system, and the influence of multiple random factors on the decision-making mechanism of inventory system is fully demonstrated theoretically. Therefore, “quality ripple effect” is taken as the guidance of decision-making concept and construct an inventory model with risk aversion is contribute to further improve and expand the existing theories and methods of the decision-making mechanism.

Key words: Quality ripple effect; CVaR criterion; Multi-period inventory system; Markov chain; Optimal ordering policy

Received Date: 2021-07-30

Funded Project: Supported by the Natural Science Foundation of China (72061011,71772191) and the Natural Science Foundation of Hainan Province(720RC662).

* Corresponding author